

Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben

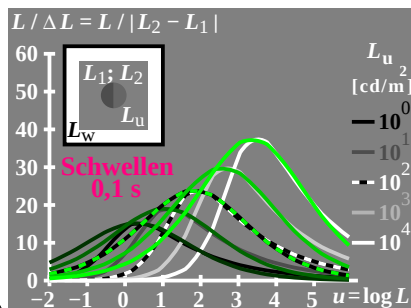
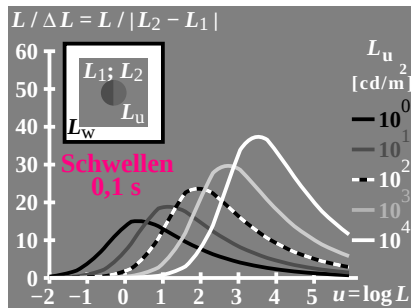
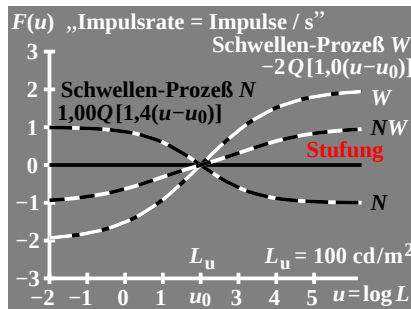
Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit L^* ist eine **logarithmische** Funktion von L .
Die Stevens-Gesetz-Helligkeit L^*_{FELAB} ist eine **Potenzfunktion** von L : $L^*_{\text{FELAB}} = m L^{1/2.4}$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{\text{FEC}} = m L^{1/2.4}$.
Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur linearen Gleichung: $\Delta L_r = c L_r$ [1]
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^* = k \log(L_r)$ [2]
Ableitung für $\Delta L^* = 1$ führt zur linearen Gleichung: $L_r / \Delta L_r = k \log(5)$ [3]
Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1-90:3.6

Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte L und Helligkeiten L^*

Farbe (matt)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte L [cd/m ²]	relative Leuchtdichte $L_r = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*_{\text{FELAB}} \sim m L^{1/2.4}$	relative Helligkeit $L^* = k \log(L_r)$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	40
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-32

Im Helligkeitsbereich zwischen L^*_{-40} und 40 ist die Konstante: $k=40/\log(5) \approx 57$

AGT00-1N



Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben und zwei Bereiche $0,2 \leq L_r \leq 1$ und $1 < L_r < 5$

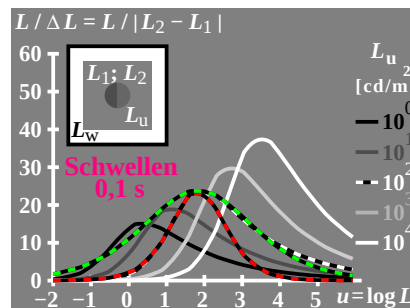
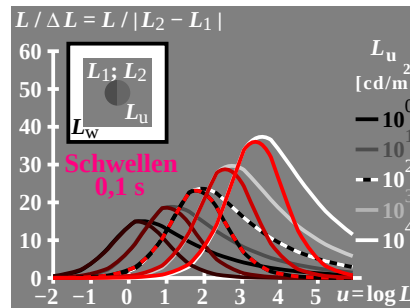
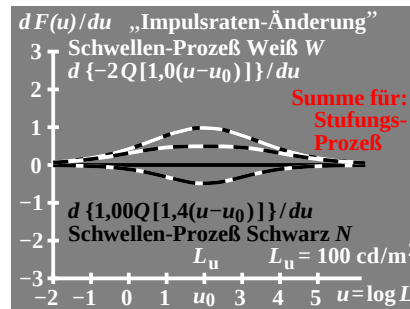
Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit L^* ist eine **logarithmische** Funktion von L .
Die Stevens-Gesetz-Helligkeit L^*_{FELAB} ist eine **Potenzfunktion** von L : $L^*_{\text{FELAB}} = m L^{1/2.4}$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{\text{FEC}} = m L^{1/2.4}$.
Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur linearen Gleichung: $\Delta L_r = c L_r$ (4L)
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^* = k_1 \log(L_r) + k_2$ [2]
Ableitung für $\Delta L^* = 1$ führt zur linearen Gleichung: $L_r / \Delta L_r = k_1 \log(5) + k_2$ [3]
Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1-90:3.6

Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte L und Helligkeiten L^*

Farbe (matt)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte L [cd/m ²]	relative Leuchtdichte $L_r = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*_{\text{FELAB}} \sim m L^{1/2.4}$	relative Helligkeit $L^* = k_1 \log(L_r) + k_2$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-32

Für die zwei Helligkeitsbereiche gilt $k_0 = -32/\log(0,2) = 46$ und $k_1 = 44/\log(5) = 63$.

AGT00-2N



Linien-Element von Stiles (1946) mit „Farbwerten“ L_P, M_D, S_T

Drei separate Farb-Signalfunktionen

$F(L_P) = i \ln(1 + 9 L_P)$
 $F(M_D) = j \ln(1 + 9 M_D)$
 $F(S_T) = k \ln(1 + 9 S_T)$

Taylor-Ableitungen:

$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$

$= \frac{9i}{1+9L_P} \Delta L_P + \frac{9j}{1+9M_D} \Delta M_D + \frac{9k}{1+9S_T} \Delta S_T$

AGT01-1N

Funktionen $q[k(u-u_0)]$ zur „unbuntsignal“-Beschreibung mit

mit $u = \log L$ (L = Leuchtdichte)
 $u_0 = \log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$q[k(u-u_0)] = 1 + 1/[1 + \sqrt{2} e^{k(u-u_0)}]$

Funktionswerte:

$q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$
 $q[k(u-u_0) = 0] = \sqrt{2}$
 $q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 2$

AGT01-3N

„Unbuntsignal“-Unterscheidung als Funktion der relativen Helligichte
 $h = \ln H = k(u-u_0)$, $\ln$ = natürl. Log.

$Q' = \frac{d}{dH} [\ln \{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2}$
 $= -\sqrt{2} / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$

Funktionswerte:

$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$
 $Q'[k(u-u_0) = 0] = -0,5$
 $Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$

AGT01-5N

Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = f(L_P, M_D, S_T)$

$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL$ (relative Helligkeit?)
 $F(L) = iQ(H) = \begin{cases} iQ(H) & (u < u_0) \\ iQ(\bar{H}) & (u \geq u_0) \end{cases}$

mit: $k=1,4$ $\bar{k}=1$ $i=1$ $\bar{i}=-2$
 $u = \log L$ $u_0 = \log L_u$ $\bar{u} = -2$
 $H = e^{k(u-u_0)}$ $\bar{H} = e^{\bar{k}(\bar{u}-u_0)}$ $\bar{H} = e^{\bar{k}(u-u_0)}$

AGT01-7N

Linien-Element von Vos&Walraven (1972) mit „Farbwerten“ L_P, M_D, S_T

Drei separate Farb-Signalfunktionen

$F(L_P) = -2i\sqrt{L_P}$
 $F(M_D) = -2j\sqrt{M_D}$
 $F(S_T) = -2k\sqrt{S_T}$

Taylor-Ableitungen:

$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$

$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{i}{\sqrt{L_P}} \Delta L_P + \frac{j}{\sqrt{M_D}} \Delta M_D + \frac{k}{\sqrt{S_T}} \Delta S_T$

AGT01-2N

„Unbuntsignal“-Beschreibung mit Funktionen $Q_{lm}[k(u-u_0)]$

mit $u = \log L$ (L = Leuchtdichte)
 $u_0 = \log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$Q_{lm}[k(u-u_0)] = \frac{l}{\ln \sqrt{2}} \ln q[k(u-u_0)] - m$

Funktionswerte mit $l = m = 1$:

$Q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$
 $Q[k(u-u_0) = 0] = 0$
 $Q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = -1$

AGT01-4N

Leuchtdichte-Unterscheidungsvermögen $L/\Delta L$ als Funktion von H

mit: $L = 10^u$ $H = e^h = 10^{\log_e k(u-u_0)}$
 $dL/du = \ln 10 L$ $dH/du = k H$

Es folgt: $L/\Delta L = [kH/(\ln 10)]$
 $\frac{L}{\Delta L} = \text{const } H / [(1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$

$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$
 $Q'[k(u-u_0) = 0] = \text{Maximum}$
 $Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$

AGT01-6N

Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = F(L_P, M_D, S_T)$

$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL$ (relative Helligkeit?)
 $F(L) = iQ(H)$ $H = e^{k(u-u_0)}$
 $Q(H) = [\ln \{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2} - 1$

Taylor-Ableitungen:

$\Delta F(L) = \frac{dF}{dL} \Delta L = i \frac{dQ}{dH} \Delta H$
 $= -i\sqrt{2} \Delta H / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$

AGT01-8N