

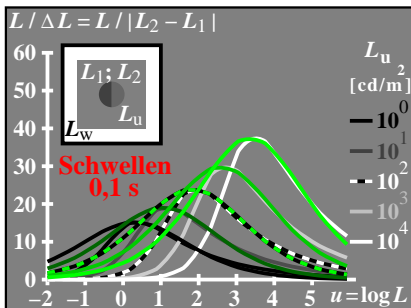
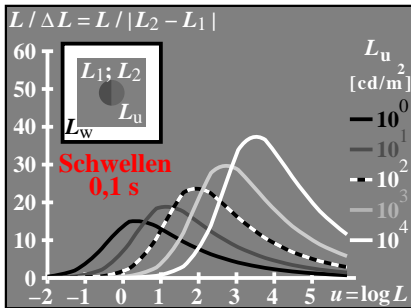
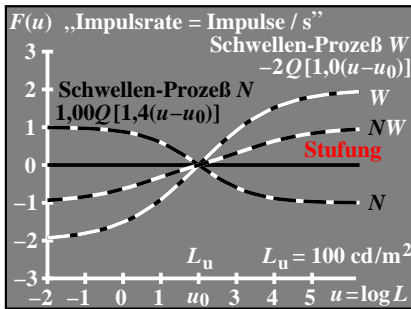
**Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben**

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit  $L^*$  ist eine logarithmische Funktion von  $L_v$ .  
Die Stevens-Gesetz-Helligkeit  $L^*_{v,LAB}$  ist eine Potenzfunktion von  $L_v=1/5$ .  
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion  $L^*_{v,IEC} = m \cdot L_v^{1/2.4}$ .  
Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur Gleichung:  $\Delta L_v = c \cdot L_v$  [1]  
Integration führt zur logarithmischen Gleichung:  $L^* = k \log(L_v)$  [2]  
Ableitung für  $\Delta L_v = 1$  führt zur linearen Gleichung:  $L_v \Delta L_v = k \log(57)$  [3]  
Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1–90:3,6

**Tabelle 1: Normfarbwert  $Y$ , Leuchtdichte  $L$  und Helligkeiten  $L^*$**

Farbe (matte)	Normfarbwert $Y$	Büro-Leuchtdichte $L_v$ [cd/m <sup>2</sup> ]	relative Leuchtdichte $L_v/L_u$	CIE Helligkeit $L^*_{v,LAB}$ $=m \cdot L_v^{1/2.4}$	relative Helligkeit $L^*_v = k \log(L_v)$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-32

Im Helligkeitsbereich zwischen  $L^*_v = -40$  und  $40$  ist die Konstante:  $k=40 \log(5) \approx 57$



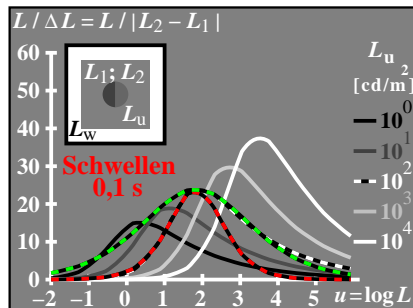
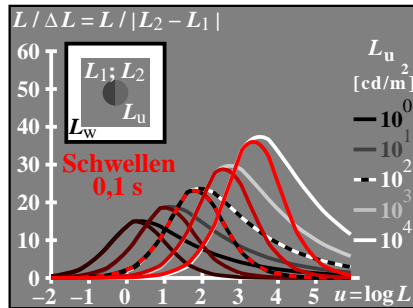
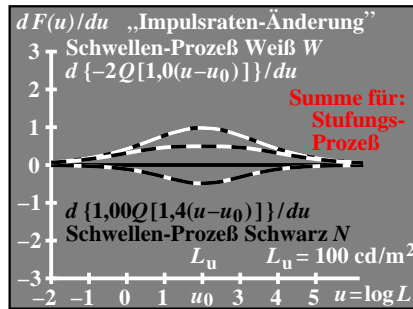
**Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben und zwei Bereiche  $0,2 \leq L_v \leq 1$  und  $1 < L_v \leq 5$**

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit  $L^*$  ist eine logarithmische Funktion von  $L_v$ .  
Die Stevens-Gesetz-Helligkeit  $L^*_{v,LAB}$  ist eine Potenzfunktion von  $L_v=1/5$ .  
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion  $L^*_{v,IEC} = m \cdot L_v^{1/2.4}$ .  
Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur linearen Gleichung:  $\Delta L_v = c \cdot L_v$  ( $0,4 \leq L_v \leq 1$ )  
Integration führt zur logarithmischen Gleichung:  $L^* = k \log(L_v)$  ( $0,4 \leq L_v \leq 1$ )  
Ableitung für  $\Delta L_v = 1$  führt zur linearen Gleichung:  $L_v \Delta L_v = k_0 \log(46)$ ,  $k_1 \approx 63$  [3]  
Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1–90:3,6

**Tabelle 1: Normfarbwert  $Y$ , Leuchtdichte  $L$  und Helligkeiten  $L^*$**

Farbe (matte)	Normfarbwert $Y$	Büro-Leuchtdichte $L_v$ [cd/m <sup>2</sup> ]	relative Leuchtdichte $L_v/L_u$	CIE Helligkeit $L^*_{v,LAB}$ $=m \cdot L_v^{1/2.4}$	relative Helligkeit $L^*_v = k \log(L_v)$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-32

Für die zwei Helligkeitsbereiche gilt  $k_0 = -32 \log(0,2) = 46$  und  $k_1 = 44 \log(5) = 63$ .



### Linien-Element von Stiles (1946) mit „Farbwerten“ $L_P, M_D, S_T$

#### Drei separate Farb-Signalfunktionen

$$F(L_P) = i \ln(1 + 9 L_P)$$
$$F(M_D) = j \ln(1 + 9 M_D)$$
$$F(S_T) = k \ln(1 + 9 S_T)$$

#### Taylor-Ableitungen:

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$
$$= \frac{9i}{1+9L_P} \Delta L_P + \frac{9j}{1+9M_D} \Delta M_D + \frac{9k}{1+9S_T} \Delta S_T$$

### Funktionen $q[k(u-u_0)]$ zur „unbuntsignal“-Beschreibung mit

mit  $u = \log L$  ( $L$  = Leuchtdichte)  
 $u_0 = \log L_u$  ( $L_u$  = Umfeld-Leuchtdichte)

$$q[k(u-u_0)] = 1 + 1/[1 + \sqrt{2} e^{k(u-u_0)}]$$

#### Funktionswerte:

$$q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$$
$$q[k(u-u_0) = 0] = \sqrt{2}$$
$$q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 2$$

### „Unbuntsignal“-Unterscheidung als Funktion der relativen Helligichte $h = \ln H = k(u-u_0)$ , $\ln$ = natürl. Log.

$$Q' = \frac{d}{dH} [\ln\{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2}$$
$$= -\sqrt{2} / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$$

#### Funktionswerte:

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$
$$Q'[k(u-u_0) = 0] = -0,5$$
$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$

### Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = f(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \text{ (relative } L, M, S?)$$
$$F(L) = i Q(H) = \begin{cases} i Q(H) & (u < u_0) \\ i Q(\bar{H}) & (u \geq u_0) \end{cases}$$

mit:  $k=1,4$   $\bar{k}=1$   $i=1$   $\bar{i}=-2$   
 $u = \log L$   $u_0 = \log L_u$   
 $H = e^{k(u-u_0)}$   $\bar{H} = e^{\bar{k}(u-u_0)}$

### Linien-Element von Vos & Walraven (1972) mit „Farbwerten“ $L_P, M_D, S_T$

#### Drei separate Farb-Signalfunktionen

$$F(L_P) = -2i \sqrt{L_P}$$
$$F(M_D) = -2j \sqrt{M_D}$$
$$F(S_T) = -2k \sqrt{S_T}$$

#### Taylor-Ableitungen:

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$
$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{i}{\sqrt{L_P}} \Delta L_P + \frac{j}{\sqrt{M_D}} \Delta M_D + \frac{k}{\sqrt{S_T}} \Delta S_T$$

### „Unbuntsignal“-Beschreibung mit Funktionen $Q_{lm}[k(u-u_0)]$

mit  $u = \log L$  ( $L$  = Leuchtdichte)  
 $u_0 = \log L_u$  ( $L_u$  = Umfeld-Leuchtdichte)

$$Q_{lm}[k(u-u_0)] = \frac{l}{\ln \sqrt{2}} \ln q[k(u-u_0)] - m$$

#### Funktionswerte mit $l = m = 1$ :

$$Q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = -1$$
$$Q[k(u-u_0) = 0] = 0$$
$$Q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 1$$

### Leuchtdichte-Unterscheidungsvermögen $L/\Delta L$ als Funktion von $H$

mit:  $L = 10^u$   $H = e^h = 10^{\log e k(u-u_0)}$   
 $dL/du = \ln 10 L$   $dH/du = k H$

Es folgt:  $L/\Delta L = [k H / (dH \ln 10)]$   
 $\frac{L}{\Delta L} = \text{const } H / [(1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$
$$Q'[k(u-u_0) = 0] = \text{Maximum}$$
$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$

### Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = F(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \text{ (relative } L, M, S?)$$
$$F(L) = i Q(H) \quad H = e^{k(u-u_0)}$$
$$Q(H) = [\ln\{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2} - 1$$

Taylor-Ableitungen:  
 $\Delta F(L) = \frac{dF}{dL} \Delta L = i \frac{dQ}{dH} \Delta H$   
 $= -i \sqrt{2} \Delta H / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$