

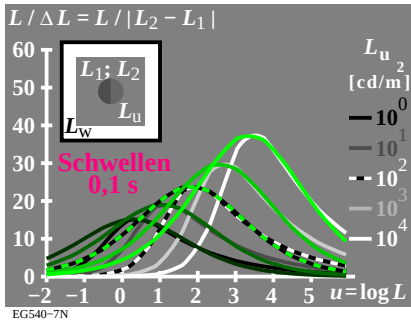
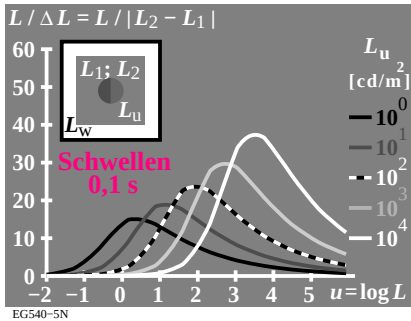
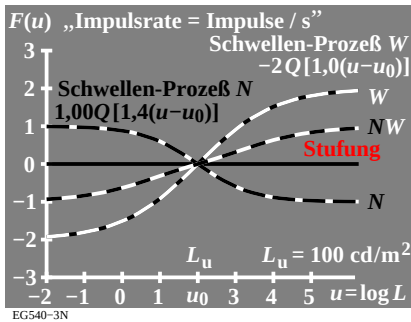
Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit L^* , ist eine **logarithmische** Funktion von L_r .
Die Stevens-Gesetz-Helligkeit $L^*_{\text{HEL,AB}}$ ist eine **Potenzfunktion** von $L_r = Y/5$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{\text{TEC}} = m \cdot L_r^{1/2.4}$.
Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur Gleichung: $\Delta L_r = c \cdot L_r$ [1]
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^* = k \log(L_r)$ [2]
Ableitung für $\Delta L^* = 1$ führt zur linearen Gleichung: $L_r / \Delta L_r = k_0 = 57$. [3]
Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1=90:3,6

Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte L und Helligkeiten L^*

Farbe (matt)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte L [cd/m ²]	relative Leuchtdichte $L_r = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*_{\text{HEL,AB}} \sim m \cdot L_r^{1/2.4}$	relative Helligkeit $L^* = k \log(L_r)$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-40

Im Helligkeitsbereich zwischen L^*_{-40} und 40 ist die Konstante: $k=40/\log(5)=57$



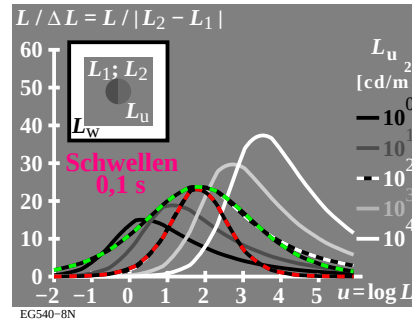
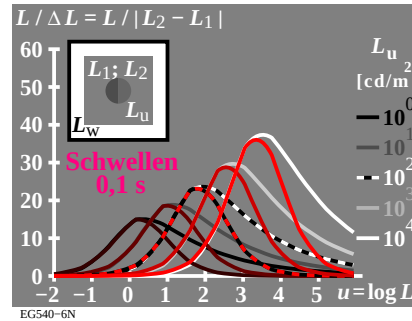
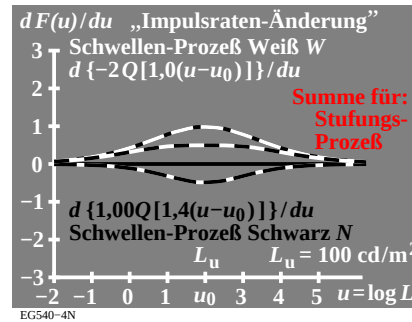
Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben und zwei Bereiche $0,2 \leq L_r \leq 1$ und $1 \leq L_r \leq 5$

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit L^* , ist eine **logarithmische** Funktion von L_r .
Die Stevens-Gesetz-Helligkeit $L^*_{\text{HEL,AB}}$ ist eine **Potenzfunktion** von $L_r = Y/5$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{\text{TEC}} = m \cdot L_r^{1/2.4}$.
Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur linearen Gleichung: $\Delta L_r = c \cdot L_r$ (44)
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^* = k_1 \log(L_r)$ (42)
Ableitung für $\Delta L^* = 1$ führt zur linearen Gleichung: $L_r / \Delta L_r = k_0 = 46$, $k_1 = 63$ (43)
Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1=90:3,6

Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte L und Helligkeiten L^*

Farbe (matt)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte L [cd/m ²]	relative Leuchtdichte $L_r = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*_{\text{HEL,AB}} \sim m \cdot L_r^{1/2.4}$	relative Helligkeit $L^* = k \log(L_r)$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-40

Für die zwei Helligkeitsbereiche gilt $k_0 = 32/\log(0,2)=46$ und $k_1 = 44/\log(5)=63$.



Linien-Element von Stiles (1946) mit „Farbwerten“ L_P, M_D, S_T

Drei separate Farb-Signalfunktionen

$$F(L_P) = i \ln(1 + 9 L_P)$$
$$F(M_D) = j \ln(1 + 9 M_D)$$
$$F(S_T) = k \ln(1 + 9 S_T)$$

Taylor-Ableitungen:

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$
$$= \frac{9i}{1+9L_P} \Delta L_P + \frac{9j}{1+9M_D} \Delta M_D + \frac{9k}{1+9S_T} \Delta S_T$$

Funktionen $q[k(u-u_0)]$ zur „unbuntsignal“-Beschreibung mit
mit $u = \log L$ (L = Leuchtdichte)
 $u_0 = \log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$$q[k(u-u_0)] = 1 + 1/[1 + \sqrt{2} e^{k(u-u_0)}]$$

Funktionswerte:

$$q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$$
$$q[k(u-u_0) = 0] = \sqrt{2}$$
$$q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 2$$

„Unbuntsignal“-Unterscheidung als Funktion der relativen Helligichte
 $h = \ln H = k(u-u_0)$, $\ln$ = natürl. Log.

$$Q' = \frac{d}{dH} [\ln\{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2}$$
$$= -\sqrt{2} / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$$

Funktionswerte:

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$
$$Q'[k(u-u_0) = 0] = -0,5$$
$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$

Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = f(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \text{ (relative Helligkeit?)}$$
$$F(L) = iQ(H) = \begin{cases} iQ(\bar{H}) & (u < u_0) \\ iQ(\bar{H}) & (u \geq u_0) \end{cases}$$

mit: $k=1,4$ $\bar{k}=1$ $i=1$ $\bar{i}=-2$
 $u = \log L$ $u_0 = \log L_u$
 $H = e^{k(u-u_0)}$ $\bar{H} = e^{\bar{k}(u-u_0)}$ $\bar{H} = e^{\bar{k}(u-u_0)}$

Linien-Element von Vos&Walraven (1972) mit „Farbwerten“ L_P, M_D, S_T

Drei separate Farb-Signalfunktionen

$$F(L_P) = -2i\sqrt{L_P}$$
$$F(M_D) = -2j\sqrt{M_D}$$
$$F(S_T) = -2k\sqrt{S_T}$$

Taylor-Ableitungen:

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$
$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{i}{\sqrt{L_P}} \Delta L_P + \frac{j}{\sqrt{M_D}} \Delta M_D + \frac{k}{\sqrt{S_T}} \Delta S_T$$

„Unbuntsignal“-Beschreibung mit Funktionen $Q_{lm}[k(u-u_0)]$
mit $u = \log L$ (L = Leuchtdichte)
 $u_0 = \log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$$Q_{lm}[k(u-u_0)] = \frac{l}{\ln \sqrt{2}} \ln q[k(u-u_0)] - m$$

Funktionswerte mit $l = m = 1$:

$$Q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$$
$$Q[k(u-u_0) = 0] = 0$$
$$Q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = -1$$

Leuchtdichte-Unterscheidungsvermögen $L/\Delta L$ als Funktion von H
mit: $L = 10^u$ $H = e^h = 10^{\log e k(u-u_0)}$
 $dL/du = \ln 10 L$ $dH/du = k H$

Es folgt: $L/\Delta L = [kH/(dH \ln 10)]$
 $\frac{L}{\Delta L} = \text{const } H / [(1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$

Funktionswerte:

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$
$$Q'[k(u-u_0) = 0] = \text{Maximum}$$
$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$

Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = f(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \text{ (relative Helligkeit?)}$$
$$F(L) = iQ(H) \quad H = e^{k(u-u_0)}$$
$$Q(H) = [\ln\{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2} - 1$$

Taylor-Ableitungen:

$$\Delta F(L) = \frac{dF}{dL} \Delta L = i \frac{dQ}{dH} \Delta H$$
$$= -i\sqrt{2} \Delta H / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$$