

**Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben**

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit  $L^*$  ist eine logarithmische Funktion von  $L_u$ .  
 Die Stevens-Gesetz-Helligkeit  $L_{TCLAB}^*$  ist eine Potenzfunktion von  $L_u = \gamma L$ .  
 IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion  $L_{IEC}^* = m L_u^{1/2.4}$ .  
 Das Weber-Fechner-Gesetz entspricht der linearen Gleichung:  $\Delta L_u = c L_u$  [1]  
 Integration führt zur logarithmischen Gleichung:  $L^* = k \log(L_u)$  [2]  
 Ableitung für  $\Delta L^* = 1$  führt zur linearen Gleichung:  $L_u / \Delta L_u = k_1 = 63$ . [3]  
 Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1-90:3,6.

**Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte  $L$  und Helligkeiten  $L^*$**

Farbe (matr.)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte $L$ [cd/m <sup>2</sup> ]	relative Leuchtdichte $L_u = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*$ [cd/m <sup>2</sup> ] <sup>1/2.4</sup>	relative Helligkeit $L^*_{TCLAB} = k \log(L_u)$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-40

Im Helligkeitsbereich zwischen  $L^*_r = -40$  und 40 ist die Konstante:  $k = 40 \log(5) = 57$   
 egn30-1n

**Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben und zwei Bereiche  $0.2 \leq L_u \leq 1$  und  $1 \leq L_u \leq 5$**

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit  $L^*$  ist eine logarithmische Funktion von  $L_u$ .  
 Die Stevens-Gesetz-Helligkeit  $L_{TCLAB}^*$  ist eine Potenzfunktion von  $L_u = \gamma L$ .  
 IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion  $L_{IEC}^* = m L_u^{1/2.4}$ .  
 Das Weber-Fechner-Gesetz entspricht der linearen Gleichung:  $\Delta L_u = c L_u$  [1]  
 Integration führt zur logarithmischen Gleichung:  $L^* = k_1 \log(L_u) + k_2$  [2]  
 Ableitung führt für  $\Delta L^* = 1$  zur linearen Gleichung:  $L_u / \Delta L_u = k_1$  ( $k_0 = 46, k_1 = 63$ ) [3]  
 Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1-90:3,6.

**Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte  $L$  und Helligkeiten  $L^*$**

Farbe (matr.)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte $L$ [cd/m <sup>2</sup> ]	relative Leuchtdichte $L_u = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*$ [cd/m <sup>2</sup> ] <sup>1/2.4</sup>	relative Helligkeit $L^*_{TCLAB} = k_1 \log(L_u) + k_2$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	40
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-32

Für die zwei Helligkeitsbereiche gilt  $k_0 = 32 \log(0,2) = 46$  und  $k_1 = 44 \log(5) = 63$ .  
 egn30-2n

**Farblinien-Element von Stiles (1946) mit „Farbwerten“  $L_P, M_D, S_T$**

**Drei separate Farberregungsfunktionen**

$$F(L_P) = i \ln(1 + 9 L_P)$$

$$F(M_D) = j \ln(1 + 9 M_D)$$

$$F(S_T) = k \ln(1 + 9 S_T)$$

**Taylor-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$

$$= \frac{9i}{1+9L_P} \Delta L_P + \frac{9j}{1+9M_D} \Delta M_D + \frac{9k}{1+9S_T} \Delta S_T$$

egn31-1n

**Farblinien-Element von Vos & Walraven (1972) mit „Farbwerten“  $L_P, M_D, S_T$**

**Drei separate Farb-Erregungsfunktionen**

$$F(L_P) = -2i \sqrt{L_P}$$

$$F(M_D) = -2j \sqrt{M_D}$$

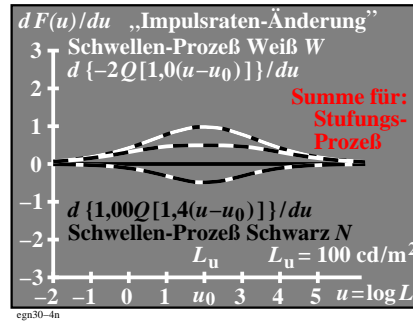
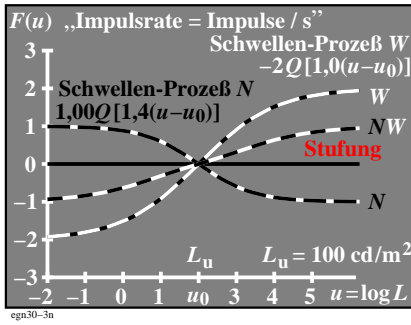
$$F(S_T) = -2k \sqrt{S_T}$$

**Taylor-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{i}{\sqrt{L_P}} \Delta L_P + \frac{j}{\sqrt{M_D}} \Delta M_D + \frac{k}{\sqrt{S_T}} \Delta S_T$$

egn31-2n



**„Ununterregung“-Beschreibung mit Unterfunktion  $q[k(u-u_0)]$**

mit  $u = \log L$  ( $L$  = Leuchtdichte)  
 $u_0 = \log L_u$  ( $L_u$  = Umfeld-Leuchtdichte)

$$q[k(u-u_0)] = 1 + 1/[1 + \sqrt{2} e^{k(u-u_0)}]$$

**Unterfunktionswerte:**

$$q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$$

$$q[k(u-u_0) = 0] = \sqrt{2}$$

$$q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 2$$

egn31-3n

**„Ununterregung“-Beschreibung mit Funktion  $Q_{1m}[k(u-u_0)]$**

mit  $u = \log L$  ( $L$  = Leuchtdichte)  
 $u_0 = \log L_u$  ( $L_u$  = Umfeld-Leuchtdichte)

$$Q_{1m}[k(u-u_0)] = \frac{l}{\ln 2} \ln q[k(u-u_0)] - m$$

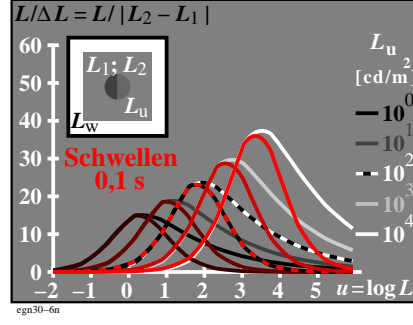
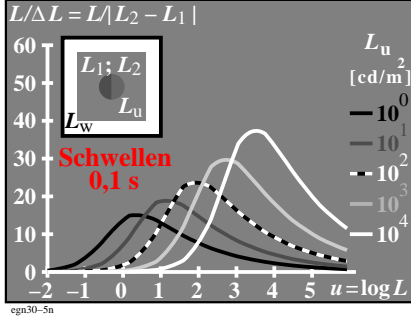
**Funktionswerte mit  $l = m = 1$ :**

$$Q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = -1$$

$$Q[k(u-u_0) = 0] = 0$$

$$Q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 1$$

egn31-4n



**„Ununterregung“-Unterscheidung als Funktion der relativen Helligchte  $h = \ln H = k(u-u_0)$ ,  $\ln$  = natürl. Log.**

$$Q' = \frac{d}{dH} [\ln\{1 + 1/(1 + \sqrt{2}H)\}] / \ln \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2}H)(2 + \sqrt{2}H)]$$

**Funktionswerte:**

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$

$$Q'[k(u-u_0) = 0] = -0,5$$

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$

egn31-5n

**Leuchtdichte-Unterscheidungsvermögen  $L/\Delta L$  als Funktion von  $H$**

mit:  $L = 10^u$   $H = e^h = 10^{\log_e k(u-u_0)}$   
 $dL/du = \ln 10 L$   $dH/du = k H$

**Es folgt:  $L/\Delta L = [kH / (dH \ln 10)]$**   
 $\frac{L}{\Delta L} = \text{const } H / [(1 + \sqrt{2}H)(2 + \sqrt{2}H)]$

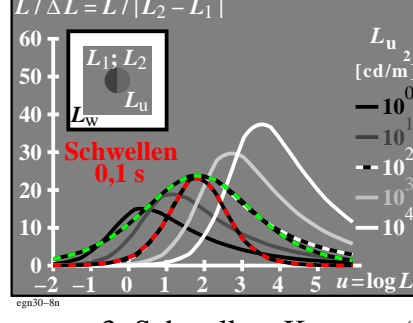
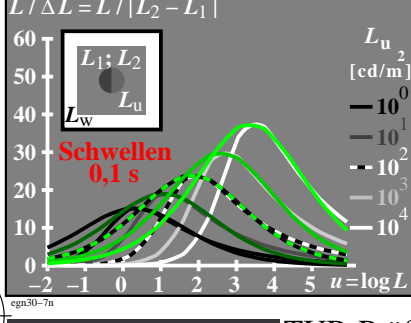
**Funktionswerte:**

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$

$$Q'[k(u-u_0) = 0] = \text{Maximum}$$

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$

egn31-6n



**Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte  $L = f(L_P, M_D, S_T)$**

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \quad (\text{relative } L, M, S?)$$

$$F(L) = iQ(H) = \begin{cases} iQ(\bar{H}) & (u < u_0) \\ iQ(\bar{H}) & (u \geq u_0) \end{cases}$$

mit:  $\bar{k} = 1,4$   $\bar{k} = 1$   $\bar{i} = 1$   $\bar{l} = -2$   
 $u = \log L$   $u_0 = \log L_u$   
 $H = e^{k(u-u_0)}$   $\bar{H} = e^{\bar{k}(u-u_0)}$

egn31-7n

**Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte  $L = f(L_P, M_D, S_T)$**

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \quad (\text{relative } L, M, S?)$$

$$F(L) = iQ(H) = \begin{cases} iQ(\bar{H}) & (u < u_0) \\ iQ(\bar{H}) & (u \geq u_0) \end{cases}$$

**Taylor-Ableitungen:**

$$\Delta F(L) = \frac{dF}{dL} \Delta L = i \frac{dQ}{dH} \Delta H$$

$$= -i \sqrt{2} \Delta H / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2}H)(2 + \sqrt{2}H)]$$

egn31-8n