

**Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben**

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit  $L^*$  ist eine logarithmische Funktion von  $L$ , die Stevens-Gesetz-Helligkeit  $L^*_{FELAB}$  ist eine Potenzfunktion von  $L$ ,  $L^*_{FELAB} = m L^{1/2.4}$ . IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion  $L^*_{IEC} = m L^{1/2.4}$ . Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur linearen Gleichung:  $\Delta L_r = c L_r$  [1] Integration führt zur logarithmischen Gleichung:  $L^* = k \log(L_r)$  [2] Ableitung für  $\Delta L_r = 1$  führt zur linearen Gleichung:  $L^*_r = k_1 L_r$  [3] Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1~90:3,6

**Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte L und Helligkeiten  $L^*$**

Farbe (matr)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte L [cd/m <sup>2</sup> ]	relative Leuchtdichte $L_r = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*$	relative Helligkeit $L^*_r = L^*/L^*_u$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-40

Im Helligkeitsbereich zwischen  $L^*_r = -40$  und 40 ist die Konstante:  $k = 40 \log(5) = 57$

**Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben und zwei Bereiche  $0.2 \leq L_r \leq 1$  und  $1 \leq L_r \leq 5$**

Die Weber-Fechner-Gesetz-Helligkeit  $L^*$  ist eine logarithmische Funktion von  $L$ , die Stevens-Gesetz-Helligkeit  $L^*_{FELAB}$  ist eine Potenzfunktion von  $L$ ,  $L^*_{FELAB} = m L^{1/2.4}$ . IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion  $L^*_{IEC} = m L^{1/2.4}$ . Das Weber-Fechner-Gesetz ist äquivalent zur linearen Gleichung:  $\Delta L_r = c_1 L_r$  ( $0.2 \leq L_r \leq 1$ ) Integration führt zur logarithmischen Gleichung:  $L^*_r = k_1 \log(L_r)$  ( $0.2 \leq L_r \leq 1$ ) Ableitung führt für  $\Delta L_r = 1$  zur linearen Gleichung:  $L^*_r = k_1 L_r$  ( $0.2 \leq L_r \leq 1$ ) [2] Für Farben im Büro ist der Normkontrastbereich 25:1~90:3,6

**Tabelle 1: Normfarbwert Y, Leuchtdichte L und Helligkeiten  $L^*$**

Farbe (matr)	Normfarbwert Y	Büro-Leuchtdichte L [cd/m <sup>2</sup> ]	relative Leuchtdichte $L_r = L/L_u$	CIE Helligkeit $L^*$	relative Helligkeit $L^*_r = L^*/L^*_u$
Weiß W (Papier)	90	142	5	94	44
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0
Schwarz N (Papier)	3,6	5,6	0,2	18	-40

Für die zwei Helligkeitsbereiche gilt  $k_0 = 32 \log(0.2) = 62$  und  $k_1 = 44 \log(5) = 63$ .

**Linien-Element von Stiles (1946) mit „Farbwerten“  $L_P, M_D, S_T$**

**Drei separate Farb-Signalfunktionen**

$$F(L_P) = i \ln(1 + 9 L_P)$$

$$F(M_D) = j \ln(1 + 9 M_D)$$

$$F(S_T) = k \ln(1 + 9 S_T)$$

**Taylor-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$

$$= \frac{9i}{1+9L_P} \Delta L_P + \frac{9j}{1+9M_D} \Delta M_D + \frac{9k}{1+9S_T} \Delta S_T$$

**Linien-Element von Vos & Walraven (1972) mit „Farbwerten“  $L_P, M_D, S_T$**

**Drei separate Farb-Signalfunktionen**

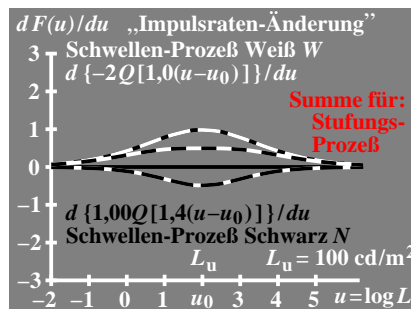
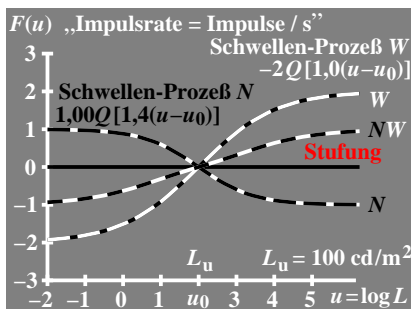
$$F(L_P) = -2i \sqrt{L_P}$$

$$F(M_D) = -2j \sqrt{M_D}$$

$$F(S_T) = -2k \sqrt{S_T}$$

**Taylor-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{dF}{dL_P} \Delta L_P + \frac{dF}{dM_D} \Delta M_D + \frac{dF}{dS_T} \Delta S_T$$

$$\Delta F(L_P, M_D, S_T) = \frac{i}{\sqrt{L_P}} \Delta L_P + \frac{j}{\sqrt{M_D}} \Delta M_D + \frac{k}{\sqrt{S_T}} \Delta S_T$$


**Funktionen  $q[k(u-u_0)]$  zur „unbuntsignal“-Beschreibung mit**

mit  $u = \log L$  ( $L$  = Leuchtdichte)  
 $u_0 = \log L_u$  ( $L_u$  = Umfeld-Leuchtdichte)

$$q[k(u-u_0)] = 1 + 1/[1 + \sqrt{2} e^{k(u-u_0)}]$$

**Funktionswerte:**

$$q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$$

$$q[k(u-u_0) = 0] = \sqrt{2}$$

$$q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 2$$

**„Unbuntsignal“-Beschreibung mit Funktionen  $Q_{1m}[k(u-u_0)]$**

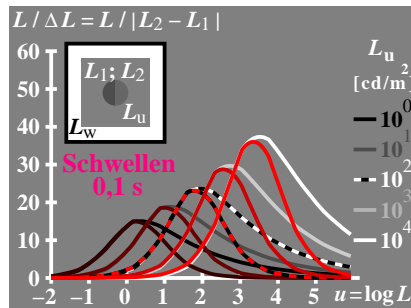
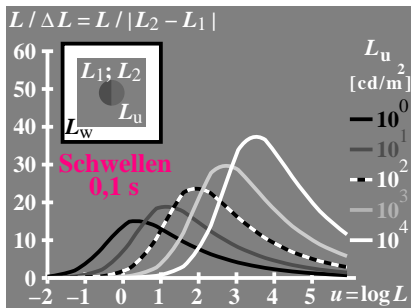
mit  $u = \log L$  ( $L$  = Leuchtdichte)  
 $u_0 = \log L_u$  ( $L_u$  = Umfeld-Leuchtdichte)

$$Q_{1m}[k(u-u_0)] = \frac{l}{\ln 2} \ln q[k(u-u_0)] - m$$

**Funktionswerte mit  $l = m = 1$ :**

$$Q[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 1$$

$$Q[k(u-u_0) = 0] = 0$$

$$Q[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = -1$$


**„Unbuntsignal“-Unterscheidung als Funktion der relativen Helligichte  $h = \ln H = k(u-u_0)$ ,  $\ln$  = natürl. Log.**

$$Q' = \frac{d}{dH} [\ln\{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$$

**Funktionswerte:**

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$

$$Q'[k(u-u_0) = 0] = -0,5$$

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$

**Leuchtdichte-Unterscheidungsvermögen  $L/\Delta L$  als Funktion von  $H$**

mit:  $L = 10^u$   $H = e^h = 10^{\log_e k(u-u_0)}$

$$dL/du = \ln 10 L$$

$$dH/du = k H$$

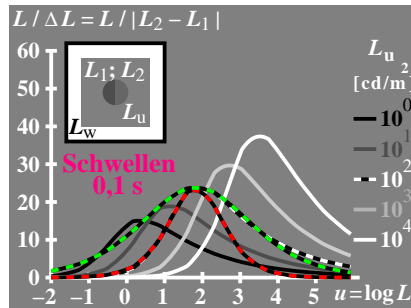
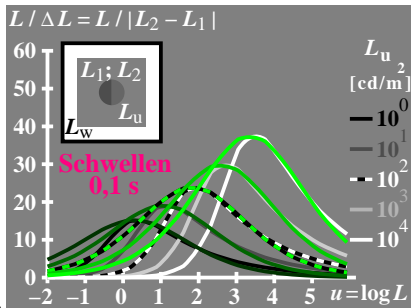
**Es folgt:  $L/\Delta L = [kH / (dH \ln 10)]$**

$$\frac{L}{\Delta L} = \text{const } H / [(1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$$

**Funktionswerte:**

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow +\infty] = 0$$

$$Q'[k(u-u_0) = 0] = \text{Maximum}$$

$$Q'[k(u-u_0) \rightarrow -\infty] = 0$$


**Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte  $L = f(L_P, M_D, S_T)$**

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \text{ (relative Helligkeit?)}$$

$$F(L) = iQ(H) = \begin{cases} iQ(\bar{H}) & (u < u_0) \\ iQ(\bar{H}) & (u \geq u_0) \end{cases}$$

mit:  $\bar{k} = 1,4$   $\bar{k} = 1$   $\bar{i} = 1$   $\bar{i} = -2$   
 $u = \log L$   $u_0 = \log L_u$   
 $H = e^{k(u-u_0)}$   $\bar{H} = e^{\bar{k}(u-u_0)}$

**Doppel-Linienelement von Richter (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte  $L = F(L_P, M_D, S_T)$**

$$F(L) = \int_{-\infty}^L (L/\Delta L) dL \text{ (relative Helligkeit?)}$$

$$F(L) = iQ(H) \quad H = e^{k(u-u_0)}$$

$$Q(H) = [\ln\{1 + 1/(1 + \sqrt{2} H)\}] / \ln \sqrt{2} - 1$$

**Taylor-Ableitungen:**

$$\Delta F(L) = \frac{dF}{dL} \Delta L = i \frac{dQ}{dH} \Delta H$$

$$= -i \sqrt{2} \Delta H / [\ln \sqrt{2} (1 + \sqrt{2} H)(2 + \sqrt{2} H)]$$

Siehe ähnliche Dateien: <http://farbe.li.tu-berlin.de/AGT0/AGT0L0NP.PDF> / .PS  
 Technische Information: <http://farbe.li.tu-berlin.de> oder <http://130.149.60.45/~farbmetrik>

TUB-Registrierung: 20201101-AGT0/AGT0L0NP.PDF /.PS TUB-Material: Code=rh4ta  
 Anwendung für Beurteilung und Messung von Display- oder Druck-Ausgabe