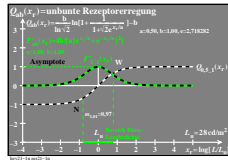
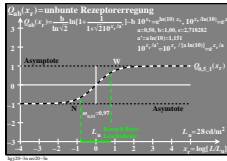


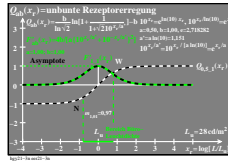
Unbunt-Rezeptorerregungsfunktion
 $Q_{ab}(x_r/a) = \frac{b}{\ln \sqrt{2}} \ln \left[\frac{1}{1 + \sqrt{2} e^{(x_r/a)}} \right] - b$
 mit $x_r = \log [L/L_u]$ ($L =$ Testleuchtdichte)
 $L_u =$ Umfeld-Leuchtdichte
Funktionswerte für $b=1$ und jedes $a>0$:
 $Q_{a1}(x_r/a \rightarrow -\infty) = -1$ $x = \log L, u = \log L_u$
 $Q_{a1}(x_r/a = 0) = 0$ $x_r = \log [L/L_u]$
 $Q_{a1}(x_r/a \rightarrow +\infty) = +1$ $x = x - u$



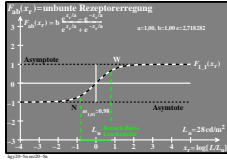
Achromatisches Sehen mit relativer Leuchtdichte
Mathematischengleichungen mit Hyperbelfunktionen
 $F(x) = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{u(x)}{v(x)}$ $u'(x) = v(x)$ (1)
 $\frac{dF(x)}{dx} = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)} = \frac{v^2(x) - u^2(x)}{v^2(x)}$ (2)
 $\frac{dF(x)}{dx} = \frac{[e^x + e^{-x}][e^x + e^{-x}] - [e^x - e^{-x}][e^x - e^{-x}]}{[e^x + e^{-x}]^2}$ (3)
 $\frac{dF(x)}{dx} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{1}{\cosh^2(x)}$ (4)



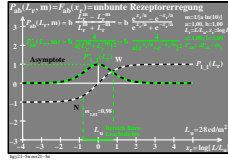
Unbunt-Rezeptorerregungsfunktion
 $Q_{ab}(x_r/a) = \frac{b}{\ln \sqrt{2}} \ln \left[\frac{1}{1 + \sqrt{2} e^{(x_r/a)}} \right] - b$
 mit $x_r = \log [L/L_u]$ ($L =$ Testleuchtdichte)
 $L_u =$ Umfeld-Leuchtdichte
Funktionswerte für $b=1$ und jedes $a>0$:
 $Q_{a1}(x_r/a \rightarrow -\infty) = -1$ $x = \log L, u = \log L_u$
 $Q_{a1}(x_r/a = 0) = 0$ $x_r = \log [L/L_u]$
 $Q_{a1}(x_r/a \rightarrow +\infty) = +1$ $x = x - u$



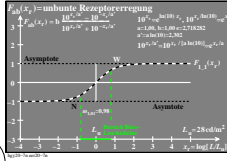
Achromatisches Sehen mit relativer Leuchtdichte
Mathematischengleichungen mit Hyperbelfunktionen
 $F(x, a) = \tanh(x/a) = \frac{e^{x/a} - e^{-x/a}}{e^{x/a} + e^{-x/a}} = \frac{u(x/a)}{v(x/a)}$ (1)
 $\frac{dF(x, a)}{dx} = \frac{u'(x/a)v(x/a) - u(x/a)v'(x/a)}{v^2(x/a)}$ (2)
 $\frac{dF(x, a)}{dx} = \frac{v^2(x/a) - u^2(x/a)}{a v^2(x/a)}$ (3)
 $\frac{dF(x, a)}{dx} = \frac{4}{a [e^{x/a} + e^{-x/a}]^2} = \frac{1}{a \cosh^2(x/a)}$ (4)



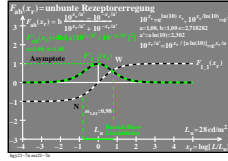
Mathematischengleichungen der Hyperbelfunktionen
 Siehe: Papula, L., (2003), *Mathematische Formelsammlung, Vieweg*
 $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ (1), $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ (2)
 $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ (3)
 $\tanh(x/2) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)+1} = \frac{e^{x/2} - e^{-x/2}}{e^{x/2} + e^{-x/2}}$ (4)
 $\sinh^2(x) + \cosh^2(x) = 1$ (5)



Achromatisches Sehen mit relativer Leuchtdichte
Mathematischengleichungen mit Potenzfunktionen
 $F(L) = \frac{L^m - L^{-m}}{L^m + L^{-m}} = \frac{u(L)}{v(L)}$ $u'(L) = m(L^{m-1} + L^{-m-1})$ (1)
 $\frac{dF(L)}{dL} = \frac{u'(L)v(L) - u(L)v'(L)}{v^2(L)}$ (2)
 $u'(L)v(L) - v'(L)u(L) = m \{ [L^{m-1} + L^{-m-1}][L^m + L^{-m}] - [L^{m-1} - L^{-m-1}][L^m - L^{-m}] \}$ (3)
 $= m(L^{2m-1} + L^{-1} + L^{-2m} - L^{2m-1} + L^{-1} - L^{-2m-1}) = 4mL^{-1}$ (4)
 $\frac{dF(L)}{dL} = \frac{4m}{(L^m + L^{-m})^2}$ (4)



Mathematischengleichungen der Hyperbelfunktionen
 Siehe: Papula, L., (2003), *Mathematische Formelsammlung, Vieweg*
 $\sinh(x) = \frac{10^{x/2.3} - 10^{-x/2.3}}{2}$ (1), $\cosh(x) = \frac{10^{x/2.3} + 10^{-x/2.3}}{2}$ (2)
 $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{10^{x/2.3} - 10^{-x/2.3}}{10^{x/2.3} + 10^{-x/2.3}}$ (3)
 $\tanh(x/2) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)+1} = \frac{10^{x/2.3} - 10^{-x/2.3}}{10^{x/2.3} + 10^{-x/2.3} + 2}$ (4)
 $\sinh^2(x) + \cosh^2(x) = 1$ (5)



Achromatisches Sehen mit relativer Leuchtdichte
Gleichungen mit Hyperbel- und Potenzfunktionen
 $F_{ab}(x_r, a) = b \tanh(x_r/a) = b \frac{e^{x_r/a} - e^{-x_r/a}}{e^{x_r/a} + e^{-x_r/a}}$ $x_r = \log L, L_r = \log L_u$ (1a)
 $\frac{dF_{ab}(x_r, a)}{dx_r} = \frac{4b}{a [e^{x_r/a} + e^{-x_r/a}]^2} = \frac{4b}{a (a \ln 10)^2}$ $\frac{dx_r}{dx} = \frac{1}{\ln 10} \frac{dL}{L}$ (5a)
 $F_{ab}(L_r, m) = b \tanh(x_r/a) = b \frac{L^m - L_r^m}{L^m + L_r^m}$ $x_r = \log L, L_r = \log L_u$ (1b)
 $\frac{dF_{ab}(L_r, m)}{dL_r} = \frac{4bm}{L_r [L_r^m + L_r^{-m}]} = \frac{4bm}{L_r (a \ln 10)^2} \frac{dx_r}{dx} = \frac{4bm}{L_r (a \ln 10)^2} \frac{1}{L} \frac{dL}{L}$ (5b)